2020年安徽省教育教学论文评选中荣获市一等奖省三等奖

例谈变式教学在高中数学教学中的应用

朱莎

（蚌埠市蚌山区铁路中学，471429594@qq.com）

摘要：数学的发展需要创新，只有不断的创新才能进步，变式教学正是符合创新理念的一种教学方法。变式教学是现阶段倍受推崇的一种教学方式，它可以帮助学生快速高效地理解事物的本质，同时在互动过程中激发了学生的学习热情，训练了学生的数学思维能力，发展了学生的创新能力。在具体实施时，应注意在学习不同的内容时，采取特定的变式教学方法。

**关键词** 高中数学, 变式教学，原则, 应用.

变式教学是在教学活动中通过对问题多角度、多层次、多形式的变式，进而明确问题的本质，确定事物间的联系的一种教学方式。即在变化中寻求不变，以不变应万变。变式教学是符合新课程教育理念的一种教学方式，通过变式教学，不仅可以帮助学生掌握基础知识和基本技能，还能培养学生的创新意识和举一反三的能力，分析问题以及解决问题的能力。在变式教学活动中，我也总结出了自己的一些心得体会。

**一．变式教学的原则**

1.目标导向原则

每一节课都需要有明确的目标，教师需要根据教学目标进行教学，学生需要根据教学目标进行学习。因此，在变式教学过程中，教师也需要制定明确的教学目标，设计合理的教学活动，帮助学生高效地完成相应的教学目标。在这里要注意，每节课的教学目标不宜过多，不然会导致在教学过程中无法对问题进行深入的探讨和研究，不能很好的突出教学重点。

2.有效渐近性原则

在变式教学中，要遵循学生的认知发展水平来设置变式。变式的设置要有层次，如果跨度太大，会使部分学生丧失信心；如果跨度太小，又局限了学生的思维空间。在教学过程中，教师应该在学生的最近发展区内循序渐进地引导学生观察、分析、讨论、探究，进而找到解决问题的办法，提高学生的学习效率。

3.生本原则

新课标提出了“生本课堂”的教学理念，这就要求在变式教学过程中，教师要转换角色，走下“知识的神坛”，从学生学习的主导者转换成引导者。教师要坚持以生为本，根据学生的知识掌握情况进行变式，将学生思维的积极性充分调动起来，引导学生主动思考和探索，培养学生的创新能力和问题解决能力。

4.反思性原则

“学而不思则罔，思而不学则殆”，反思可以帮助我们发现问题，获得成长。教师是教学活动的引导者，同样也是反思性学习的督促者。在变式教学过程中，教师应积极创造反思条件，设置问题情境，组织学生讨论探究，引导学生自觉反思，以提高反思效果，真正掌握问题的本质。

**二．变式教学在教学中的应用**

1. 概念变式，深化学生的基础知识

概念反映的是事物的本质属性，代表的是自然科学的基础和根本。数学学习的基础就是概念，它是发展数学思维的根本因素，只有从根本上理解和掌握数学概念，才能对问题进行有效地分析，判断、计算和解决。通过概念的变式教学，学生可以多角度多层次的理解概念，掌握概念的本质。

以北师大版必修一中“增函数和减函数的概念”教学为例，课本中的的表述为：一般地，对于函数的定义域内的一个子集A，如果对于任意两数,当时，都有，就称函数在数集A上是增加的（减少的）。为了帮助学生更加透彻的理解概念，这里可以补充几种等价的变式。

变式1.设，当时，，就称函数在数集A上是增加的（减少的）。

 变式2.设  ，当时，，就称函数在数集A上是增加的（减少的）。

变式3.设  ，当时，，就称函数在数集A上是增加的（减少的）。

通过这一系列变式的研究，学生对于增函数和减函数的概念有了一定的了解，此时可引导学生思考交流总结出其他的等价式。在这一学习过程中，学生积极主动的参与到教学活动中，思维能力得到了很大的提高，教学效果较好。

1. 命题变式，突出命题的“内涵与外延”

命题是数学的核心内容。数学中的命题一般包括公理、定理、性质、结论、公式、法则等。现代数学教学理论表明，数学教学活动就是数学思维活动的教学，教师应该引导学生主动参与到教学活动中来，积极思考，通过活动获取知识。在命题的教学过程中，教师可以利用文字变式，图像变式，背景变式和推广变式等方法向学生提供研究和探讨的素材，通过启发式教学方法，使学生在一定的情境中独立思考，通过观察、分析、运算和归纳等步骤，建立猜想，形成命题。

下面我们以余弦定理的证明为例。为了叙述的方便与统一,我们证明以下问题即可:在中,已知,,及角,求证:.

**证法一（向量法）:**如图1,在中,由可得:





即,.

证法二（平面三角形方法）本方法要注意对进行讨论.

(1)当是直角时,由知结论成立.

(2)当是锐角时,过点作,交于点,则在中,,.

 从而,.

在中,由勾股定理可得:

 

即,.

(3)当是钝角时，同理可证，。

（此处可由学生板书完出）

综上(1),(2),(3)可知,均有成立.

证法三（正弦定理方法）

在中,由正弦定理得,,.

于是,











即,结论成立.

在实际教学中，教师还可以组织学生合作交流，引导学生思考余弦定理的其他证明方法(坐标法等）。通过这一部分的学习，学生对余弦定理有了深刻的认识，开阔了学生的眼界，培养了学生的学习兴趣，促进了学生发散性思维的发展，让学生学会从不同方面去思考数学问题，提高了学生创造性解决问题的能力。

3.变式训练，引导学生掌握规律

数学问题是将数学知识和技能以及思想方法联系起来的纽带，帮助学生解决问题是教师工作的重点。为了帮助学生掌握解题规律，教学中可以采取题组训练的方法，通过变换问题的背景、条件、结论、表述方法等，为学生创设最佳的学习情境，让学生感受知识的产生、发展和形成的过程，助力学生掌握知识与技能，形成良好的认知结构。

在北师大版必修五第二章解三角形中，我们经常会遇到判断三角形形状的问题。这里主要有两种应用方法：第一种是化边为角，求出角度的三角函数值；第二种是化角为边，找到三边关系。在计算过程中，主要用到正弦定理及其应用，余弦定理及其应用，三角恒等变换等方法。在具体解题过程中，因为高考考察三角恒等变换知识，所以在解决此类问题时，我们一般先采用化边为角的方法，如果这种方法不能解决问题，再选择另一种方法。

例. 在三角形ABC中，角A,B,C的对边分别是a,b.c.如果，判断三角形ABC的形状。

证法一（化边为角）

根据正弦定理, 可以得到，

 ,代入，得

,又因为

所以

因为，所以B-C=0，B=C.三角形ABC为等腰三角形。

证法二（化角为边）

根据余弦定理，可知，代入，得

，即

所以，，三角形ABC为等腰三角形。

变式一.在三角形ABC中，若，试判断三角形ABC的形状。

变式二.在三角形ABC中，已知, 试确定三角形的形状。

变式三.在三角形ABC中，角A,B,C的对边分别是a,b.c.已知方程

的两根之和等于两根之积, 试确定三角形的形状。

在例题的证明中，我们给出了两种思考的方法，都是有效可行的。通过变式题组的练习，学生们熟练掌握了解三角形的方法，也总结出了这类问题的解题规律。通过变式教学，激发了学生学习的积极性，提升了学生的发散思维能力。在今后的教学中，教师应善于总结学生普遍存在的问题，通过设置题组，不断地优化教材，丰富教学过程，提升教学效率。

4. 利用变式，促进知识的正迁移

学习的过程就是将新接触的内容架构到已有的知识体系中的过程。在这个过程中，如果已有的知识促进了新知识的吸收，就是正迁移，反之就是负迁移。在变式教学中，教师要注重发现和总结新旧知识之间的联系，最大程度地帮助学生实现知识的正向迁移。变式教学中，通过变换条件或问题等，可以帮助学生找到知识间的联系，巩固所学知识与技能。

 下面我们探究基本不等式与对勾函数之间的关系，以北师大版必修五P91例3为例。

例：已知，证明：.

证明：根据基本不等式，x>0时，，当且仅当，即x=1时，等号成立；当x<0时，-x>0,.综上，。

同时我们发现，是对勾函数，结合函数的图像也可以得出结论。

变式一.已知，求的最小值以及相应x的值。

变式二.已知，求的最小值以及相应x的值。

变式三.已知，求的最小值及相应的值。

变式四.已知，求的最小值以及相应x的值。

变式1-4的形式虽然不同，但本质上它们都需要利用基本不等式。借助对勾函数的图像，我们就可以轻松的解决这些问题。通过例题的证明和三个变式的解决，可以发现，借助对勾函数的图像可以辅助解决一类基本不等式问题，实现知识的正迁移。课本中有很多蕴含探究价值的好题，需要教师好好挖掘，提炼归纳。

1. 变式探究，实现思维的跳跃发展

探究性的相关试题是学生比较吃力的地方，却是高考中的亮点，它主要考察的是学生的逻辑思维能力和灵活转变能力。因此，在教学中，教师要合理利用变式教学，通过问题的条件或者结论的开放型设计，训练学生的思维、提升创新能力！探究性的试题设置要有梯度，借助阶梯，缓慢前行，帮助学生顺利解决问题。

例.已知圆O：和点A（-2,0），若点B(b,0)()和常数满足：对于圆上任意一点M，都满足,则b=\_\_\_\_\_\_,=\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

 为解决这一问题，我们可以假设M点坐标为（x，y），根据，可得，两边平方得，。

所以，解得。

变式一.已 知a>0,b>0,,如果当取最小值时对应的直线方程为，求圆上的点到该直线距离的最小值.

变式二. 若直线与曲线有公共点，求b的取值范围.

变式三. 已知,如果对于任意x都有，求a的取值范围.

解析:设，所以。做出，的图像，可以发现，当时，的图像在图像的下方或者相切。可得圆心（-2,0）到的距离,即。结合图像可得.

例题考察的是与圆有关的计算，变式一考察的是直线与圆的位置关系问题，变式二和变式三“又上了一个台阶”，对学生提出了较高的要求，学生需要综合利用数形结合等方法才能解答，考察了学生推理、转化、综合运用的能力，思维层次更高。

**结束语**

变式教学可以帮助学生系统的掌握知识内容和思想方法，是切实可行的教学方法。因此，教师作为学生学习的引导者、陪伴者，应深入钻研教材，挖掘问题潜藏的应用价值，因材施教，继续完善变式教学模式，助力学生发展！